

УДК 519.61/.64:627.05

DOI: 10.32626/2308-5916.2020-21.76-82

Н. В. Іванчук, канд. техн. наук,**П. М. Мартинюк**, д-р техн. наук, професор,**В. Л. Филиппчук**, д-р техн. наук, професор

Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОЧИЩЕННЯ ВОДИ В БІОПЛАТО-ФІЛЬТРИ

Біоплато — споруда для очищення господарсько-побутових, виробничих стічних вод, забрудненого поверхневого стоку. У відомих конструкціях біоплато відбувається поступова кольматація порового простору фільтрувальної засипки та нижнього дренажу біоплівкою і мінералізованим осадом, накопичення мулу в донній частині споруди. Для відновлення роботи біоплато необхідна їх періодична зупинка на складні і тривалі ремонтно-відновлювальні роботи, пов'язані з промивкою і регенерацією фільтрувальної засипки та дренажу. Тому прогнозування роботи біоплато актуально проводити саме на етапі проектування з метою здійснення прогнозних розрахунків. Доцільніше це робити саме засобами математичного та комп'ютерного моделювання без проведення натурних експериментів. В даній роботі авторами побудовано математичну модель фільтрації з урахуванням кольматації та суфозії в системі біоплато-фільтра у двовимірному випадку. В побудованій математичній моделі враховано фізичні ефекти динамічної зміни пористості та залежності коефіцієнта фільтрації від концентрації забруднень, чого немає у відомих аналогах. Нелінійність побудованої моделі не дозволяє говорити про аналітичні розв'язки відповідної крайової задачі. Більше того, якщо в подальшому розглядати тривимірну задачу. Математичне моделювання дозволяє оцінити ефект впливу розглянутих факторів, але не дозволяє знизити такий негативний вплив. Тому для збереження продуктивності біоплато авторами запропоновані інженерні рішення, які знижують вплив кольматаційно-суфозійних процесів на ефективність роботи біоплато-фільтра. А саме: в математичній моделі авторами враховано наявність додаткової системи перфорованих труб, яка розміщена в товщі фільтрувальної засипки. Урахування вказаних факторів дозволяє підвищити адекватність математичної моделі для досліджуваних фізичних процесів. Числові розв'язки задачі знайдено методом скінченних елементів. Проведення чисельних експериментів планується у безкоштовному програмному середовищі FreeFem++.

Ключові слова: *біоплато-фільтр, проблема фільтрації, кольматація, суфозія, метод скінченних елементів, система перфорованих труб.*

Вступ. В останні роки біоплато набувають значного поширення і використовується для очищення та доочищення господарсько-побутових, виробничих стічних вод, поверхневого стоку у різних країнах світу [8, 9]. Це пояснюється тим, що вони практично не потребують витрат електроенергії та хімічних реагентів, значного експлуатаційного обслуговування і забезпечують необхідну якість очищення води від широкого спектру забруднюючих речовин органічного та мінерального характеру [1-3].

Однак у відомих конструкціях біоплато відбувається поступова кольматація порового простору фільтрувальної засипки та нижнього дренажу біоплівкою і мінералізованим осадам, накопичення мулу в донній частині споруд, зниження надходження кисню до кореневої системи рослин, що може призводити до зниження ефективності роботи споруд, пептизації осаду і вторинного забруднення води. Особливо негативним є подача на такі біоплато води з підвищеним вмістом завислих частинок, що значно підсилює негативні процеси, які протікають у товщі фільтрувальної засипки.

Аналіз літературних джерел та постановка дослідження. По суті, потрібно досліджувати процес міграції нерозчинених частинок в пористих середовищах. На важливості процесу міграції твердих частинок в пористих середовищах наголошується в роботі [15], оскільки разом з ними можуть мігрувати і віруси, асоційовані з цими частинками. Математичну модель переносу суспензії в пористих середовищах побудовано та застосовано її до процесів суфозії в роботі [16]. В роботі [4] використано модель перенесення (система диференціальних рівнянь першого порядку) та дифузійну модель, коли отримуємо вироджене рівняння параболічного типу. В роботі [16] досліджено перенесення наночастинок заліза в пористих середовищах і їх використання для очищення забрудненого ґрунту та ґрунтових вод. Результати лабораторних досліджень по кольматації та перенесенню частинок в пористому середовищі наведені в роботі [7].

В деяких із вищезгаданих наукових роботах побудовано математичну модель фільтраційно-кольматаційних процесів. Основна увага там приділена процесам перенесення наночастинок та кінетики кольматаційних процесів. Однак, в процесі кольматації відбувається динамічна зміна пористості пористого середовища, що, в свою чергу, впливає на коефіцієнт фільтрації і, опосередковано, на весь процес фільтрації. Урахування вказаних ефектів та модифікація відповідного рівняння фільтрації здійснено авторами у роботі [12].

У роботі [13] авторами розроблено концептуальні підходи та математичну модель для потенційної енергії органічних речовин при оцінці природних систем, яка дозволяє обчислити загальну кількість

первинної біомаси в об'ємі води або поверхневих квадратних одиницях. В роботі [5] вдосконалено математичну модель процесу аеробної очистки стічних вод. Він враховує взаємодію бактерій, а також органічних та біологічно неокислюючих речовин в умовах дифузійних та масообмінних збурень. А в роботі [14] автори використали електрокоагуляція для очищення різних промислових стічних вод.

У роботах [10, 11] авторами досліджено метод біо-повільної піщаної фільтрації для усунення помутніння, органічних забруднень, бактерій та аміачного азоту у фільтрувальній воді. Ця технологія очищення води є актуальною, оскільки характеризується низьким споживанням енергії, простою експлуатацією та високою швидкістю видалення забруднень.

Виклад основних результатів. В якості модельної задачі розглядався біоплато-фільтр довжиною 50 метрів та висотою 2 метри із щебенистою засипкою крупністю фракцій 20 мм. Забруднена вода подається через верхню дренажну систему із перфорованих труб і забирається в нижній частині засипки за допомогою перфорованого дренажу, розміщеного на дні біоплато.

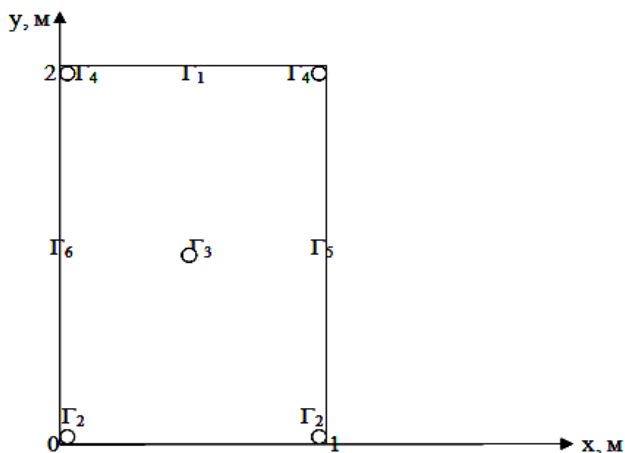


Рис. 1. Поперечний переріз області розв'язку задачі

З роботи [12] математична модель фільтрації з урахуванням колюматації містить наступні рівняння

$$\nabla \cdot (\rho_p(c) k_h(c, \sigma) \nabla h) = \sigma \frac{\partial \rho_p}{\partial c} \cdot \frac{\partial c}{\partial t} - \frac{\rho_p}{\rho_s} \frac{\partial s}{\partial t}, X \in \Omega, \quad (1)$$

$$\sigma \left(1 - \frac{c}{\rho_p} \frac{\partial \rho_p}{\partial c}\right) \frac{\partial c}{\partial t} = \nabla \cdot (D_c \nabla c) - u \left(1 - \frac{c}{\rho_p} \frac{\partial \rho_p}{\partial c}\right) \nabla c - \frac{\partial s}{\partial t}, X \in \Omega, \quad (2)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \alpha \cdot c - \beta \cdot s, X \in \Omega, \quad (3)$$

$$u = -k_h(c, s, \sigma) \nabla h, X \in \Omega. \quad (4)$$

Математична модель (1)–(4) дозволила підвищити адекватність результатів для досліджуваних фізичних процесів, однак не дозволяє знизити негативний вплив кольматції і показала необхідність розробки інженерних рішень для зниження впливу кольматційно-суфозійних процесів на процеси фільтрації. Це вимагатиме, в свою чергу, урахування цих інженерних рішень в математичній моделі. Саме тому в даній роботі авторами запропоновано доповнити систему біоплато-фільтра додатковою системою перфорованих труб, яка розміщена в товщі фільтрувальної засипки. На додатковій системі перфорованих труб задаються умови викачування води, але з меншою інтенсивністю. Ця вода повторно подається на верхню систему перфорованих труб. Таким чином, фільтрувальна вода проходить очистку в два етапи.

Початкові умови:

$$c(x, y, 0) = C_0, (X) \in \overline{\Omega},$$

$$s(x, y, 0) = s_0, (X) \in \overline{\Omega}.$$

Граничні умови

$$h(X, t)|_{X \in \Gamma_1, \Gamma_4} = y.$$

На межах Γ_2 та Γ_3 потік залежить від відстані до правого краю:

$$q|_{X \in \Gamma_2} = \frac{q_{\min}(x - x_2)}{x_1 - x_2} + \frac{q_{\max}(x - x_1)}{x_2 - x_1},$$

$$q|_{X \in \Gamma_3} = w \times q|_{X \in \Gamma_2},$$

де w — коефіцієнт, q — потік рідини на одиницю довжини, $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $c(X, t)|_{X \in \Gamma_1, \Gamma_4} = C_{\max}$, Γ_5, Γ_6 — межі непроникувості.

Тут $\sigma(X, t)$ — пористість ґрунту, яка є змінною в часі за рахунок зміни концентрації кольматуючих частинок; $s(X, t)$ — масова концентрація $\left([s] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right)$ кольматуючих частинок (маса частинок, які асоційовані зі скелетом ґрунту і віднесені до одиниці об'єму); c — концентрація суспензії, яка фільтрується $\left([c] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right)$, маса завислих частинок в одиниці об'єму порової рідини); ρ_s — густина матеріалу кольматуючих частинок; $\rho_p = \rho_p(c)$ — густина порової рідини (су-

спензії), яка залежить від концентрації завислих частинок c ; $k_h = k_h(c, \sigma)$ — коефіцієнт фільтрації, який залежить від концентрації суспензії та пористості; h — напір в поровій рідині; D_c — коефіцієнт дисперсії частинок в поровій суспензії; $u = -k_h(c, s, \sigma) \nabla h$ — швидкість фільтрації порової суспензії; α — коефіцієнт швидкості прилипання частинок; β — коефіцієнт швидкості відриву частинок.

Для відшукування наближеного розв'язку поставленої крайової задачі використано метод скінченних елементів (МСЕ).

Слабке формулювання крайової задачі полягає в наступному. Дмножимо рівняння (1) на пробну функцію

$$v1(X) \in H_0 = \{v1(X) : v1(X) \in W_2^1(\Omega)\}, v1(X)|_{\Gamma_1 \cup \Gamma_2} = 0,$$

інтегруємо по області Ω , застосовуємо формулу Остроградського-Гаусса і отримаємо

$$\iint_{\Omega} (k_h \rho_p \nabla h \nabla v1) d\Omega + \iint_{\Omega} \left(\sigma \frac{\partial \rho_p}{\partial c} \cdot \frac{\partial c}{\partial t} \cdot v1 \right) d\Omega - \iint_{\Omega} \left(\frac{\rho_p}{\rho_s} \cdot \frac{\partial s}{\partial t} \cdot v1 \right) d\Omega = 0.$$

Дмножимо рівняння (2) та початкову умову для концентрації суспензії на пробну функцію

$$v2(X) \in H_0 = \{v2(X) : v2(X) \in W_2^1(\Omega)\}, v2(X)|_{\Gamma_1} = 0,$$

інтегруємо по області Ω , застосовуємо формулу Остроградського-Гаусса і отримаємо

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega} (D_c \nabla c \nabla v2) d\Omega - \iint_{\Omega} \left(u \left(1 - \frac{c}{\rho_p} \frac{\partial \rho_p}{\partial c} \right) \cdot \nabla c \cdot v2 \right) d\Omega + \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial s}{\partial t} \cdot v2 \right) d\Omega = \\ & = \iint_{\Omega} \left(\sigma \left(1 - \frac{c}{\rho_p} \frac{\partial \rho_p}{\partial c} \right) \cdot \frac{c^i - c^{i-1}}{dt} \cdot v2 \right) d\Omega, \\ & \iint_{\Omega} c(x, y, 0) \cdot v2(X) d\Omega = \iint_{\Omega} c_0 \cdot v2(X) d\Omega, \end{aligned}$$

$$u = -k_h \nabla h,$$

$$s^i = (\alpha \cdot c^{i-1} - \beta \cdot s^{i-1}) \cdot dt + s^{i-1}.$$

Для відшукування наближеного узагальненого розв'язку отриманої задачі потрібно застосовувати дискретизацію в часі (для більш детальної інформації див. [12]).

Висновки. Побудовано вдосконалену математичну модель процесу фільтрації суспензії в біоплато-фільтрі, яка, на відміну від відомих аналогів, враховує нелінійну залежність коефіцієнта фільтрації від концентрації колюматуючих частинок та динамічну зміну пористості в процесі фільтрування. Також представлена математична мо-

дель враховує наявність додаткової системи перфорованих труб, яка розміщена в товщі фільтрувальної засипки. Урахування вказаних факторів дозволяє підвищити адекватність математичної моделі для досліджуваних фізичних процесів. Числові розв'язки відповідної нелінійної крайової задачі знайдено методом скінченних елементів.

Подальші напрямки досліджень авторів будуть стосуватися побудови досліджуваної області та проведення числових експериментів розв'язку отриманої крайової задачі і порівняння отриманих результатів з натурними експериментами. Для проведення числових експериментів планується використати безкоштовне програмне середовище FreeFem++.

Список використаних джерел:

1. Завацький С. В., Котельчук Л. С., Котельчук А. Л. Біоінженерні споруди для очищення стічних вод малої продуктивності. *Будівництво, інженерні системи та комунікації. Чернігівський науковий часопис*. 2012. Серія 2: Техніка і природа. № 1 (3). С. 57-63.
2. Филипчук В. Л., Бондар О. І., Курилюк М. С., Айяа Анісфіок, Кривошей П. П., Курилюк О. М., Почтар О. В. Очищення води у фільтраційно-регенераційних біоплато. *Вісник НУВГП*. 2016. Вип. 2 (74). С. 193-204.
3. Филипчук В. Л., Курилюк М. С., Филипчук Л. В. та ін. Очищення каламутних вод у фільтраційно-регенераційних біоплато. *Вісник інженерної академії України*. 2016. Вип. 3. С. 150-155.
4. Berres S., Bürger R., Wendland W. L. Mathematical Models for the Sedimentation of Suspensions. *Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics*. 2006. Vol. 28. P. 7-44.
5. Bomba A., Safonik A. Mathematical Simulation of the Process of Aerobic Treatment of Wastewater under Conditions of Diffusion and Mass Transfer Perturbations. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2018. № 91. P. 318-323.
6. Chetti A., Benamar A., Hazzab A. Modeling of Particle Migration in Porous Media: Application to Soil Suffusion. *Transport in Porous Media*. 2016. Vol. 113. № 3. P. 591-606.
7. Chrysikopoulos C. V., Katzourakis V. E. Colloid particle size-dependent dispersivity. *AGU Water Resources Research*. 2015. Vol. 51, Issue 6. P. 4668-4683.
8. Gleichman-Verheyc E. G., Putten W. H., Vander L. Alvalwaterzuvering met helofytenfilters, een haalbaarheidsstudie. *Tijdschr. watervoorz. en. afvalwater*. 1992. № 3. P. 56-60.
9. Healy A., Cawleyb M. Nutrient Processing Capacity of a Constructed Wetland in Western Ireland. *J. Environ. Quality*. 2002. № 31. P. 1739-1747.
10. Liu L., Fu Y., Wei Q., Liu Q., Wu L., Wu J., Huo W. Applying Bio-Slow Sand Filtration for Water Treatment. *Pol. J. Environ. Stud*. 2019. Vol. 28, No. 4. P. 2243-2251.
11. Liu J., Liu L., Huang Z., Fu Y., Huang Z. Contaminant Removal and Optimal Operation of Bio-Slow Sand Filtration Water Treatment Based on Nature-Based Solutions. *Pol. J. Environ. Stud*. 2020. Vol. 29. № 2. P. 1703-1713.
12. Moshynskyi V., Filipchuk V., Ivanchuk N., Martyniuk P. Computer modeling of water cleaning in wetland taking into account of suffusion and colmatation. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. № 1/10(91). P. 38-43.

13. Moshynsky V., Riabova O. Approaches to Aquatic Ecosystems Organic Energy Assessment and Modelling. *NAPSC*. 2013. P. 125-135.
14. Safonyk A., Bomba A., Tarhonii I. Modeling and Automation of the Electro-coagulation Process in Water Treatment. *Advances in Intelligent Systems and Computing*. 2018. Vol. 871. P. 451-463.
15. Seetha N., Mohan Kumar M. S., Hassanizadeh S. M. Modeling the co-transport of viruses and colloids in unsaturated porous media. *Journal of Contaminant Hydrology*. 2015. Vol. 181. P. 82-101.
16. Zhang M., He F., Zhao D., Hao X. Transport of stabilized iron nanoparticles in porous media: Effects of surface and solution chemistry and role of adsorption. *Journal of Hazardous Materials*. 2017. Vol. 322, Part A. P. 284-291.

MATHEMATICAL MODELING OF WATER PURIFICATION IN BIOPLATO-FILTER

Bioplato — a facility for the treatment of domestic, industrial wastewater, contaminated surface runoff. In the known structures of the bioplato there is a gradual colmatation of the pore space of the filter backfill and the bottom drainage with biofilm and mineralized sediment, the accumulation of silt in the lower part of the structure. To restore the operation of the bioplato, it is necessary to periodically stop them for complex and long-term repair and restoration works related to flushing and regeneration of the filter backfill and drainage. Therefore, it is important to forecast the operation of the bioplato at the design stage in order to make predictive calculations. It is better to do it by means of mathematical and computer modeling without conducting field experiments. In this paper, the authors constructed a mathematical model of filtration taking into account colmatation and suffusion in the bioplato-filter system in the two-dimensional case. The constructed mathematical model takes into account the physical effects of the dynamic change of porosity and the dependence of the filtration coefficient on the concentration of contaminants, which is not in the known analogues. The nonlinearity of the constructed model does not allow us to speak about the analytical solutions of the corresponding boundary value problem. Moreover, if we consider the three-dimensional problem in the future. Mathematical modeling allows to estimate the effect of the considered factors, but does not allow to reduce such negative influence. Therefore, to preserve the productivity of the bioplato, the authors proposed engineering solutions that reduce the impact of colmatation-suffusion processes on the efficiency of the bioplato-filter. Namely: in the mathematical model, the authors take into account the presence of an additional system of perforated pipes, which is located in the thickness of the filter backfill. Taking into account these factors allows to increase the adequacy of the mathematical model for the studied physical processes. Numerical solutions of the problem are found by the finite element method. Numerical experiments are planned to do in the free software environment FreeFem++.

Key words: *bioplato-filter, filtration problem, colmatation, suffusion, finite element method, perforated pipe system.*

Отримано: 13.05.2020